

高二数学春季班精炼题集

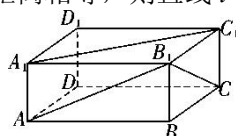
目录

第 1 讲	空间点、线、面的位置关系.....	2
第 2 讲	空间中的平行关系.....	3
第 3 讲	空间中的垂直关系.....	4
第 4 讲	空间角及计算.....	5
第 5 讲	空间距离及其计算、折叠问题.....	6
第 6 讲	简单几何体与旋转体.....	8
第 8 讲	三视图.....	9
第 9 讲	几何体表面积和体积.....	11
第 10 讲	空间几何体综合复习.....	15
第 11 讲	空间向量及其坐标表示.....	20
第 12 讲	空间向量在立体几何度量中的应用.....	24
第 13 讲	线性规划.....	28
第 14 讲	直线和圆锥曲线的参数方程.....	32
第 15 节	阶段测试.....	36
第 16 节	二项式定理.....	41
第 17 讲	期末复习.....	44

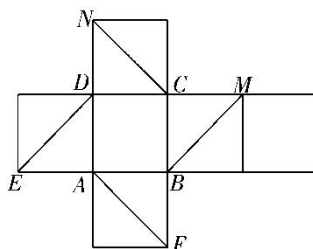
第1讲 空间点、线、面的位置关系

☆巩固练习☆

- (2011·浙江卷)若直线 l 不平行于平面 α , 且 $l \not\subset \alpha$, 则()
 A. α 内的所有直线与 l 异面
 B. α 内不存在与 l 平行的直线
 C. α 内存在唯一的直线与 l 平行
 D. α 内的直线与 l 都相交
- (2012·上海卷)已知空间三条直线 l, m, n . 若 l 与 m 异面, 且 l 与 n 异面, 则()
 A. m 与 n 异面
 B. m 与 n 相交
 C. m 与 n 平行
 D. m 与 n 异面、相交、平行均有可能
- 已知 E, F, G, H 是空间内四个点, 条件甲: E, F, G, H 四点不共面, 条件乙: 直线 EF 和 GH 不相交, 则甲是乙成立的()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 若直线 l 上有两点到平面 α 的距离相等, 则直线 l 与平面 α 的关系是_____.



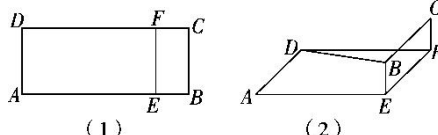
- 如图, $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 是长方体, 其中 $AA_1=a$, $\angle BAB_1 = \angle B_1A_1C_1 = 30^\circ$, 则 AB 与 A_1C_1 所成的角为_____, AA_1 与 B_1C 所成的角为_____.
- 下图是正方体的平面展开图, 则在原正方体中:



- ① BM 与 DE 平行;
- ② CN 与 BE 是异面直线;
- ③ CN 与 BM 成 60° 角;
- ④ DM 与 BN 垂直.

其中真命题的序号是_____.

- 有一矩形纸片 $ABCD$, $AB=5$, $BC=2$, E, F 分别是 AB, CD 上的点, 且 $BE=CF=1$, 如图(1). 现在把纸片沿 EF 折成图(2)形状, 且 $\angle CFD=90^\circ$.



- (1) 求 BD 的距离;
- (2) 求证: AC, BD 交于一点且被该点平分.

第2讲 空间中的平行关系

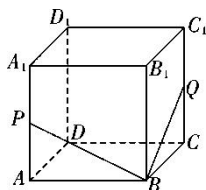
☆巩固练习☆

1. 经过平面 α 外两点, 作与 α 平行的平面, 则这样的平面可以作()

- A. 0个 B. 1个
C. 0个或1个 D. 1个或无数个

2. (2012·四川卷) 下列命题正确的是()

- A. 若两条直线和同一个平面所成的角相等, 则这两条直线平行
B. 若一个平面内有三个点到另一个平面的距离相等, 则这两个平面平行
C. 若一条直线平行于两个相交平面, 则这条直线与这两个平面的交线平行
D. 若两个平面都垂直于第三个平面, 则这两个平面平行



3. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, P 、 Q 分别是棱 AA_1 、 CC_1 的中点, 则过点 B 、 P 、 Q 的截面是()

- A. 邻边不等的平行四边形
B. 菱形但不是正方形
C. 邻边不等的矩形
D. 正方形

4. 已知 m , n 是两条不同的直线, α , β 是两个不同的平面, 有下列四个命题:

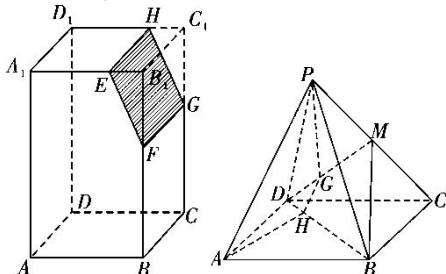
- ①若 $m \parallel n$, $n \subset \alpha$, 则 $m \parallel \alpha$;
②若 $m \perp n$, $m \perp \alpha$, $n \not\subset \alpha$, 则 $n \parallel \alpha$;
③若 $\alpha \perp \beta$, $m \perp \alpha$, $n \perp \beta$, 则 $m \perp n$;
④若 m , n 是异面直线, $m \subset \alpha$, $n \subset \beta$, $m \parallel \beta$, 则 $n \parallel \alpha$.

其中正确的命题有()

- A. ①② B. ②③
C. ③④ D. ②④

5. 如图, 若 Ω 是长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 被平面 $EFGH$ 截去几何体 $EFGHB_1C_1$ 后得到的几何体, 其中 E 为线段 A_1B_1 上异于 B_1 的点, F 为线段 BB_1 上异于 B_1 的点, 且 $EH \parallel A_1D_1$, 则下列结论中不正确的是_____.

① $EH \parallel FG$; ② 四边形 $EFGH$ 是矩形; ③ Ω 是棱柱; ④ Ω 是棱台.



6. 已知 m 、 n 是不重合的直线, α 、 β 是不重合的平面, 有下列命题:

- ①若 $m \subset \alpha$, $n \parallel \alpha$, 则 $m \parallel n$;
②若 $m \parallel \alpha$, $m \parallel \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$;
③若 $\alpha \cap \beta = n$, $m \parallel n$, 则 $m \parallel \alpha$ 且 $m \parallel \beta$;
④若 $m \perp \alpha$, $m \perp \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$.

其中正确命题的序号有_____.

7. 如图所示, 已知四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 点 P 是平面 $ABCD$ 外一点, M 是 PC

的中点, 在 DM 上取一点 G , 过 G 和 AP 作平面交平面 BDM 于 GH . 求证: $AP \parallel GH$.

第3讲 空间中的垂直关系

☆巩固练习☆

1.(2012·安徽卷)设平面 α 与平面 β 相交于直线 m , 直线 a 在平面 α 内, 直线 b 在平面 β 内, 且 $b \perp m$, 则 “ $\alpha \perp \beta$ ” 是 “ $a \perp b$ ” 的()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 即不充分也不必要条件

2.(2011·东莞模拟)若 l 为一条直线, α, β, γ 为三个互不重合的平面, 给出下面三个命题:

- ① $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma \Rightarrow \alpha \perp \beta$; ② $\alpha \perp \gamma, \beta \parallel \gamma \Rightarrow \alpha \perp \beta$;
③ $l \parallel \alpha, l \perp \beta \Rightarrow \alpha \perp \beta$.

其中正确的命题有()

- A. 0 个 B. 1 个
C. 2 个 D. 3 个

3. 设 m, n 是平面 α 内的两条不同直线, l_1, l_2 是平面 β 内两条相交直线, 则 $\alpha \perp \beta$ 的一个充分不必要条件是()

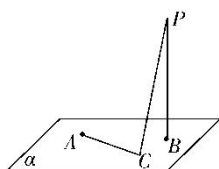
- A. $l_1 \perp m, l_1 \perp n$ B. $m \perp l_1, m \perp l_2$
C. $m \perp l_1, n \perp l_2$ D. $m \parallel n, l_1 \perp n$

4.(2011·黄冈期末)已知 m, n 是两条不同的直线, α, β 是两个不同的平面, 给出下列命题:

- ① 若 $\alpha \perp \beta, m \parallel \alpha$, 则 $m \perp \beta$;
② 若 $m \perp \alpha, n \perp \beta$, 且 $m \perp n$, 则 $\alpha \perp \beta$;
③ 若 $m \perp \beta, m \parallel \alpha$, 则 $\alpha \perp \beta$;
④ 若 $m \parallel \alpha, n \parallel \beta$, 且 $m \parallel n$, 则 $\alpha \parallel \beta$.

其中真命题的序号是()

- A. ①④ B. ②③ C. ②④ D. ①③



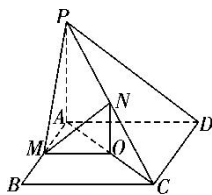
5. 如图所示, 定点 A 和 B 都在平面 α 内, 定点 $P \notin \alpha, PB \perp \alpha, C$ 是 α 内异于 A 和 B 的动点, 且 $PC \perp AC$, 则 BC 与 AC 的位置关系是_____.

6. 已知 α, β 是两个不同的平面, m, n 是平面 α 及 β 之外的两条不同直线, 给出四个论断:

- ① $m \perp n$; ② $\alpha \perp \beta$; ③ $n \perp \beta$; ④ $m \perp \alpha$.

以其中三个论断作为条件，余下的一个论断作为结论，写出你认为正确的一个命题：

_____.



7.如图，四边形 $ABCD$ 为矩形， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ， M 、 N 分别为 AB 、 PC 的中点.

(1)证明： $AB \perp MN$;

(2)若平面 PDC 与平面 $ABCD$ 成 45° 角，连接 AC ，取 AC 的中点 O ，证明平面 $MNO \perp$ 平面 PDC .

第 4 讲 空间角及计算

☆巩固练习☆

1.平面 α 的斜线与 α 所成的角为 30° ，则此斜线和 α 内所有不过斜足的直线中所成的角的最大值为()

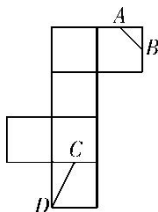
- A. 30° B. 60°
C. 90° D. 150°

2.在边长为 a 的正三角形 ABC 中， $AD \perp BC$ 于 D ，沿 AD 折成二面角 $B-AD-C$ 后， $BC = \frac{1}{2}a$ ，这时二面角 $B-AD-C$ 的大小为()

- A. 30° B. 45°
C. 60° D. 90°

3.四面体 $ABCD$ 中， E 、 F 分别是 AC 、 BD 的中点，若 $CD = 2AB$ ， $EF \perp AB$ ，则 EF 与 CD 所成的角等于()

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

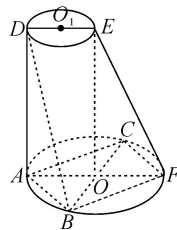
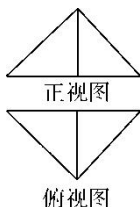


4.如右图所示，是一个正方体的表面展开图， A 、 B 、 C 均为棱的中点， D 是顶点，则

在正方体中, 异面直线 AB 和 CD 的夹角的余弦值为()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{10}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

5. 二面角 $\alpha-l-\beta$ 的平面角为 120° , $A, B \in l$, $AC \subset \alpha$, $BD \subset \beta$, $AC \perp l$, $BD \perp l$, 若 $AB=AC=BD=1$, 则 CD 的长为_____.



6. 把边长为 1 的正方形 $ABCD$ 沿对角线 BD 折起, 形成三棱锥 $C-ABD$, 其正视图与俯视图如图所示, 则侧视图的面积为_____.

7. 如图所示, AF 、 DE 分别是 $\odot O$ 、 $\odot O_1$ 的直径, AD 与两圆所在的平面均垂直, $AD=8$, BC 是 $\odot O$ 的直径, $AB=AC=6$, $OE \parallel AD$.

- (1) 求二面角 $B-AD-F$ 的大小;
- (2) 求直线 BD 与 EF 所成的角的余弦值.

第 5 讲 空间距离及其计算、折叠问题

☆巩固练习☆

1. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 若 $AB=BC=a$, $AA_1=2a$, 则点 A 到直线 A_1C 的距离为()

- A. $\frac{2\sqrt{6}}{3}a$ B. $\frac{3\sqrt{6}}{2}a$
C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a$ D. $\frac{\sqrt{6}}{3}a$

2. (2012·大纲卷) 已知正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=2$, $CC_1=2\sqrt{2}$, E 为 CC_1 的中点, 则直线 AC_1 与平面 BED 的距离为()

- A. 2 B. $\sqrt{3}$
C. $\sqrt{2}$ D. 1

3. 将一内角为 60° , 边长为 a 的菱形 $ABCD$ 沿较短的对角线 BD 折成 90° 的二面角后, A 、 C 两点间的距离为()

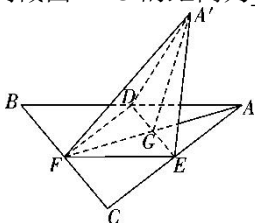
- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}a$

C. $\frac{a}{2}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{2}a$

4. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中, 平面 OAB 的一个法向量 $\mathbf{n}=(2, -2, 1)$, 已知 $P(-1, 3, 2)$, 则点 P 到平面 OAB 的距离 d 等于()

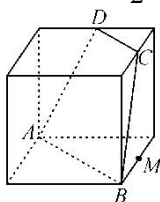
- A. 4 B. 2
C. 3 D. 1

5. (2012·辽宁卷) 已知正三棱锥 $P-ABC$, 点 P, A, B, C 都在半径为 $\sqrt{3}$ 的球面上, 若 PA, PB, PC 两两互相垂直, 则球心到截面 ABC 的距离为_____.



6. 如图, 边长为 a 的正 $\triangle ABC$ 的中线 AF 与中位线 DE 相交于 G , 已知 $\triangle A'ED$ 是 $\triangle AED$ 绕 DE 旋转过程中的一个图形, 现给出下列命题, 其中正确的命题有_____. (只需填上正确命题的序号)

- ①动点 A' 在平面 ABC 上的射影落在线段 AF 上;
②三棱锥 $A'-FED$ 的体积有最大值;
③恒有平面 $A'GF \perp$ 平面 $BCED$;
④异面直线 $A'E$ 与 BD 不可能互相垂直;
⑤异面直线 FE 与 $A'D$ 所成角的取值范围是 $(0, \frac{\pi}{2}]$.



7. 如图, 正方体的棱长为 1, C, D, M 分别为三条棱的中点, A, B 是顶点, 求点 M 到截面 $ABCD$ 的距离.

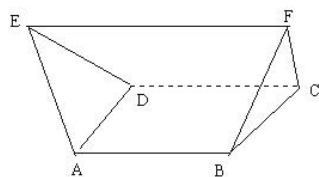
第6讲 简单几何体与旋转体

例1. (1) 正三棱锥 $S-ABC$ 的侧棱 SA, SB, SC 两两垂直, 体积为 V , A', B', C' 分别是 SA, SB, SC 上的点, 且 $SA' = \frac{1}{2}SA, SB' = \frac{1}{3}SB, SC' = \frac{1}{4}SC$, 则三棱锥 $S-A'B'C'$ 的体积为 ()

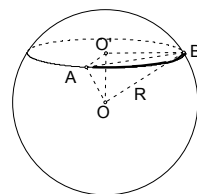
- (A) $\frac{1}{9}V$ (B) $\frac{1}{12}V$ (C) $\frac{1}{24}V$ (D) $\frac{1}{72}V$

(2) 如图, 在多面体 $ABCDEF$ 中, 已知 $ABCD$ 是边长为 1 的正方形, 且 $\triangle ADE, \triangle BCF$ 均为正三角形, $EF \parallel AB, EF = 2$, 则该多面体的体积为 ()

- (A) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) $\frac{3}{2}$



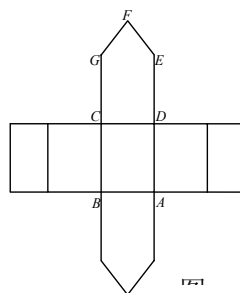
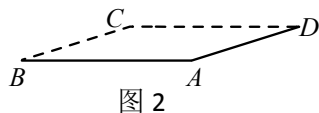
例2. 在北纬 45° 圈上有 A, B 两点, 设该纬度圈上 A, B 两点的劣弧长为 $\frac{\sqrt{2}}{4}\pi R$ (R 为地球半径), 求 A, B 两点间的球面距离。



例3. 图1是某储蓄罐的平面展开图, 其中 $\angle GCD = \angle EDC = \angle F = 90^\circ$, 且 $AD = CD = DE = CG$, $FG = FE$. 若将五边形 $CDEFG$ 看成底面, AD 为高, 则该储蓄罐是一个直五棱柱。

(1) 图2为面 $ABCD$ 的直观图, 请以此为底面将该储蓄罐的直观图画完整;

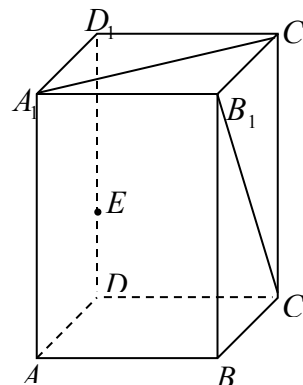
(2) 已知该储蓄罐的容积为 $V = 1250\text{cm}^3$, 求制作该储蓄罐所需材料的总面积 S (精确到整数位, 材料厚度、接缝及投币口的面积忽略不计)。



例 4. 如图，在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， $AB=4$ ， $AA_1=8$ 。

(1) 求异面直线 B_1C 与 A_1C_1 所成角的大小；(用反三角函数形式表示)

(2) 若 E 是线段 DD_1 上(不包含线段的两端点)的一个动点，请提出一个与三棱锥体积有关的数学问题(注：三棱锥需以点 E 和已知正四棱柱八个顶点中的三个为顶点构成)；并解答所提出的问题。



第 8 讲 三视图

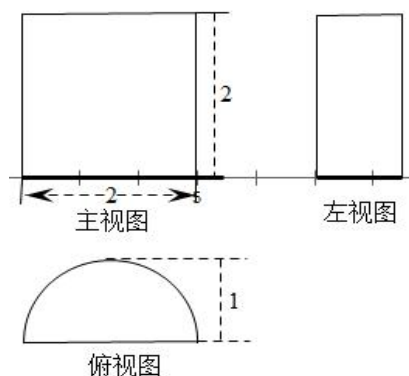
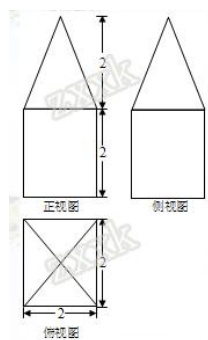
1. 某几何体的三视图如图所示(单位：cm)，则该几何体的体积是()

A. 8 cm^3

B. 12 cm^3

C. $\frac{32}{3} \text{ cm}^3$

D. $\frac{40}{3} \text{ cm}^3$



2. 已知底面边长为 1，侧棱长为 $\sqrt{2}$ 的正四棱柱的各顶点均在同一个球面上，则该球的体积为()

A. $\frac{32\pi}{3}$

B. 4π

C. 2π

D. $\frac{4\pi}{3}$

3. 一个几何体的三视图如图所示，则该几何体的表面积为()

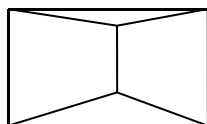
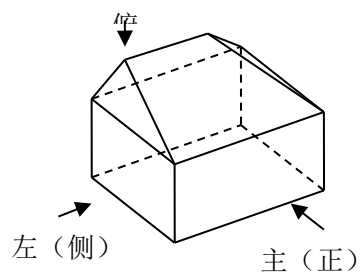
A. 3π

B. 4π

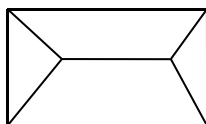
C. $2\pi+4$

D. $3\pi+4$

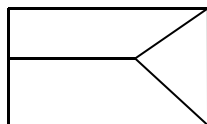
4. 一几何体的直观图如右图，下列给出的四个俯视图中正确的是（ ）



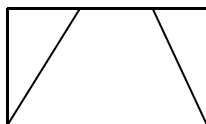
A



B



C



D

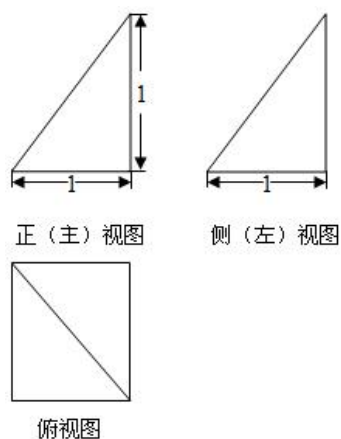
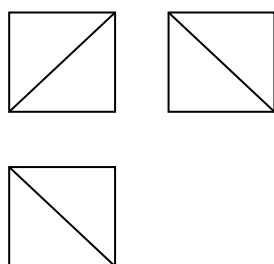
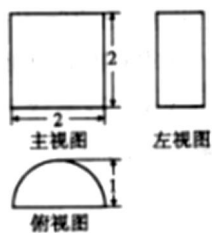
5. 一个几何体的三视图如图所示，则该几何体的表面积为（ ）

A. 3π

B. 4π

C. $2\pi + 4$

D. $3\pi + 4$



6. 一个正方体被一个平面截去一部分后，剩余部分的三视图如右图，则截去部分体积与剩余部分体积的比值为()

A. $\frac{1}{8}$

B. $\frac{1}{7}$

C. $\frac{1}{6}$

D. $\frac{1}{5}$

7. 某四棱锥的三视图如图所示，该四棱锥最长棱的棱长为（ ）

A. 1

B. $\sqrt{2}$

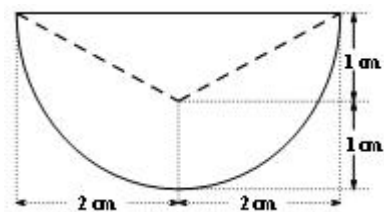
C. $\sqrt{3}$

D. 2

8. 已知三棱锥 $D-ABC$ 中, $AB=BC=1$, $AD=2$, $BD=\sqrt{5}$, $AC=\sqrt{2}$, $BC \perp AD$, 则三棱锥的外接球的表面积为 ()

- A. $\sqrt{6}\pi$ B. 6π C. 5π D. 8π

9. 某零件的正(主)视图与侧(左)视图均是如图所示的图形(实线组成半径为 2 cm 的半圆, 虚线是等腰三角形的两腰), 俯视图是一个半径为 2 cm 的圆(包括圆心), 则该零件的体积是 ()



- A. $\frac{4}{3}\pi \text{ cm}^3$ B. $\frac{8}{3}\pi \text{ cm}^3$ C. $4\pi \text{ cm}^3$ D. $\frac{20}{3}\pi \text{ cm}^3$

10. 正四面体的外接球和内切球的半径的关系是 ()

- A. $R = \frac{7}{2}r$ B. $R = \frac{5}{2}r$ C. $R = 2r$ D. $R = 3r$

第 9 讲 几何体表面积和体积

一、选择题

1. 棱长为 2 的正四面体的表面积是 ()

- A. $\sqrt{3}$ B. 4 C. $4\sqrt{3}$ D. 16

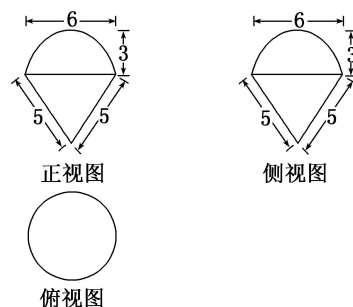
2. 一个圆柱的侧面展开图是一个正方形, 这个圆柱的全面积与侧面积的比是 () .

- (A) $\frac{1+2\pi}{2\pi}$ (B) $\frac{1+4\pi}{4\pi}$ (C) $\frac{1+2\pi}{\pi}$ (D) $\frac{1+4\pi}{2\pi}$

3. 在棱长为 1 的正方体上, 分别用过共顶点的三条棱中点的平面截该正方体, 则截去与 8 个顶点相关的 8 个三棱锥后, 剩下的几何体的体积是 () .

- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{4}{5}$ (D) $\frac{5}{6}$

4. 一个空间几何体的正视图和侧视图都是边长为 1 的正方形, 俯视图是一个直径为 1 的圆, 那么这个几何体的全面积为 ()



- A. $\frac{3}{2}\pi$ B. 2π C. 3π D. 4π

5. 某几何体的三视图如图所示, 它的体积为()

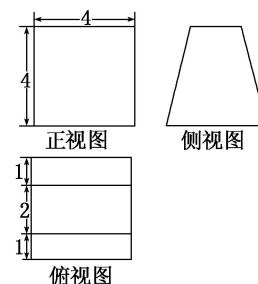
- A. 72π B. 48π
C. 30π D. 24π

6. 设一个球的表面积为 S_1 , 它的内接正方体的表面积为 S_2 , 则 $\frac{S_1}{S_2}$ 的值等于()

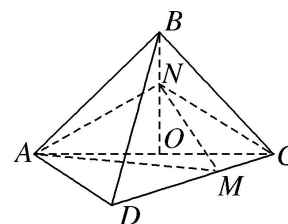
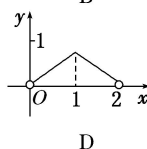
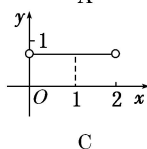
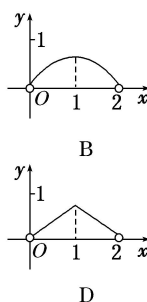
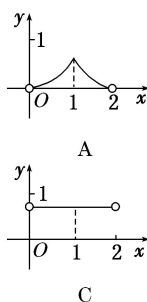
- A. $\frac{2}{\pi}$ B. $\frac{6}{\pi}$ C. $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{2}$

7. 一个空间几何体的三视图如图所示, 则该几何体的表面积为()

- A. 48 B. $32 + 8\sqrt{17}$
C. $48 + 8\sqrt{17}$ D. 80

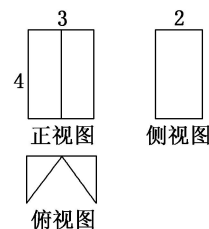


8. 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 $2\sqrt{2}$, 将 $\triangle ABC$ 沿对角线 AC 折起, 使平面 $ABC \perp$ 平面 ACD , 得到如图所示的三棱锥 $B-ACD$. 若 O 为 AC 边的中点, M, N 分别为线段 DC, BO 上的动点 (不包括端点), 且 $BN=CM$. 设 $BN=x$, 则三棱锥 $N-AMC$ 的体积 $y=f(x)$ 的函数图象大致是()



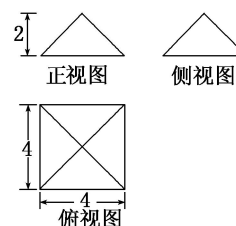
9. 如图是一个几何体的正视图、侧视图、俯视图, 且正视图、侧视图都是矩形, 则该几何体的体积是()

- A. 24 B. 12
C. 8 D. 4



10. 某四棱锥的三视图如图所示, 该四棱锥的表面积是()

- A. 32 B. $16 + 16\sqrt{2}$
C. 48 D. $16 + 32\sqrt{2}$



二、填空题

11. 一个直棱柱 (侧棱垂直于底面的棱柱) 的底面是菱形, 对角线长分别是 6cm 和 8cm, 高是 5cm, 则这个直棱柱的全面积是_____。

12. 已知两个母线长相等的圆锥的侧面展开图恰能拼成一个圆, 且它们的侧面积之比为 1:2, 则它们的高之比为_____。

13. 已知三棱锥的三条侧棱两两互相垂直, 且长度分别为 1cm, 2cm, 3cm, 则此棱锥的体积_____。

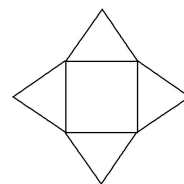
14. 矩形两邻边的长为 a 、 b , 当它分别绕边 a 、 b 旋转一周时, 所形成的几何体的体积之比为_____。

15. 球面上有三点, 其中任意两点间的球面距离都等于大圆周长的 $\frac{1}{6}$, 经过这三点的小圆周长为 4π , 则这个球的表面积为_____。

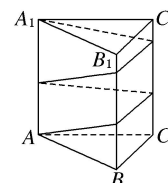
16. 四面体 $ABCD$ 四个面的重心分别为 E 、 F 、 G 、 H , 则四面体 $EFGH$ 的表面积与四面体 $ABCD$ 的表面积的比值是_____。

17. 半径为 R 的半球, 一正方体的四个顶点在半球的底面上, 另四个顶点在半球的球面上, 则该正方体的表面积是_____。

18. 如图所示, 已知一个多面体的平面展开图由一个边长为 1 的正方形和 4 个边长为 1 的正三角形组成, 则该多面体的体积是_____。

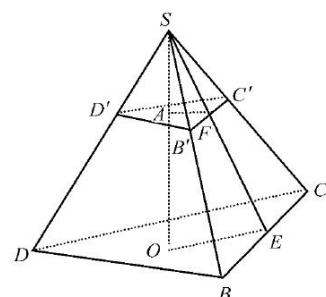


19. 如图, 已知正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面边长为 2 cm, 高为 5 cm, 则一质点自点 A 出发, 沿着正三棱柱的侧面绕行两周到达点 A_1 的最短路线的长为_____cm.

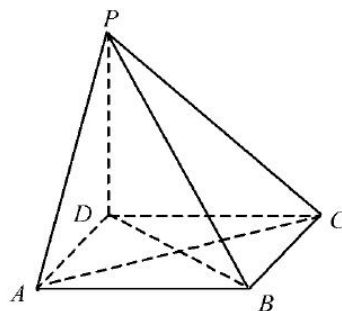


三、解答题

20. 如图, 一个棱锥 $S-BCD$ 的侧面积是 Q , 在高 SO 上取一点 A , 使 $SA = \frac{1}{3}SO$, 过点 A 作平行于底面的截面得一棱台, 求这个棱台的侧面积.



21. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是正方形, 边长 $AB=a$, 且 $PD=a$, $PA=PC=\sqrt{2}a$, 若在这个四棱锥内放一个球, 求球的最大半径.



22. 如图 1 所示, 在边长为 12 的正方形 ADD_1A_1 中, 点 B 、 C 在线段 AD 上, 且 $AB=3$, $BC=4$, 作 $BB_1 \parallel AA_1$ 分别交 A_1D_1 、 AD_1 于点 B_1 、 P , 作 $CC_1 \parallel AA_1$ 分别交 A_1D_1 、 AD_1 于点 C_1 、 Q , 将该正方形沿 BB_1 、 CC_1 折叠, 使得 DD_1 与 AA_1 重合, 构成如图 2 所示的三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$.

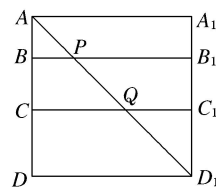


图 1

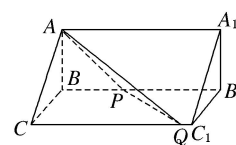


图 2

(1) 求证: $AB \perp$ 平面 BCC_1B_1 ;

(2) 求多面体 $A_1B_1C_1-APQ$ 的体积.

第 10 讲 空间几何体综合复习

一、选择题:

1、如果一个水平放置的图形的斜二测直观图是一个底面为 45° ，腰和上底均为 1 的等腰梯形，那么原平面图形的面积是 ()

- A. $2 + \sqrt{2}$ B. $\frac{1 + \sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{2 + \sqrt{2}}{2}$ D. $1 + \sqrt{2}$

2、半径为 R 的半圆卷成一个圆锥，则它的体积为 ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{24} \pi R^3$ B. $\frac{\sqrt{3}}{8} \pi R^3$ C. $\frac{\sqrt{5}}{24} \pi R^3$ D. $\frac{\sqrt{5}}{8} \pi R^3$

3、一个棱柱是正四棱柱的条件是 ()

- A、底面是正方形，有两个侧面是矩形 B、底面是正方形，有两个侧面垂直于底面
C、底面是菱形，且有一个顶点处的三条棱两两垂直 D、每个侧面都是全等矩形的四棱柱

4.在棱长为 1 的正方体上，分别用过共顶点的三条棱中点的平面截该正方形，则截去 8 个三棱锥后，剩下的几何体的体积是 ()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{7}{6}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{5}{6}$

5.长方体的一个顶点上三条棱长分别是 3、4、5，且它的 8 个顶点都在同一球面上，则这个球的表面积是

- A、 25π B、 50π C、 125π D、都不对

6.正方体的内切球和外接球的半径之比为 ()

- A. $\sqrt{3}:1$ B. $\sqrt{3}:2$ C. $2:\sqrt{3}$ D. $\sqrt{3}:3$

7.如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=2, BC=1.5, \angle ABC=120^\circ$ ，若使绕直线 BC 旋转一周，则所形成的几何体的体积是

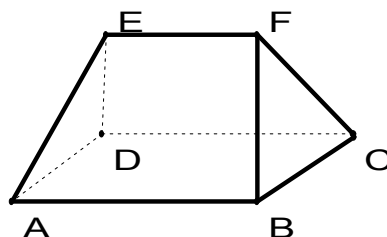
- A. $\frac{9}{2}\pi$ B. $\frac{7}{2}\pi$ C. $\frac{5}{2}\pi$ D. $\frac{3}{2}\pi$

8.如图:直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积为 V，点 P、Q 分别在侧棱 AA_1 和 CC_1 上， $AP=C_1Q$ ，则四棱锥 B-APQC 的体积为

- A、 $\frac{V}{2}$ B、 $\frac{V}{3}$ C、 $\frac{V}{4}$ D、 $\frac{V}{5}$

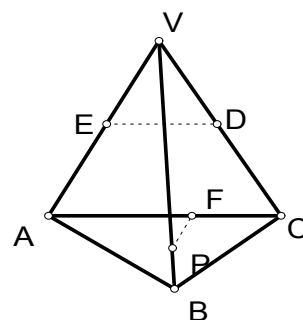
9、如图，在多面体 ABCDEF 中，已知平面 ABCD 是边长为 3 的正方形， $EF \parallel AB$ ， $EF = \frac{3}{2}$ ，且 EF 与平面 ABCD 的距离为 2，则该多面体的体积为 ()

- A、 $\frac{9}{2}$ B、5 C、6 D、 $\frac{15}{2}$



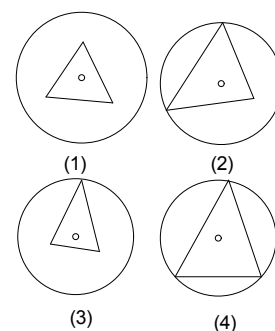
10、如右图所示，正三棱锥 $V-ABC$ 中， D, E, F 分别是 VC, VA, AC 的中点， P 为 VB 上任意一点，则直线 DE 与 PF 所成的角的大小是 ()

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. 随 P 点的变化而变化。



11、已知，棱长都相等的正三棱锥内接于一个球，某学生画出四个过球心的平面截球与正三棱锥所得的图形，如下图所示，则 ()

- A、以上四个图形都是正确的。 B、只有 (2) (4) 是正确的；
C、只有 (4) 是错误的； D、只有 (1) (2) 是正确的。



12. 正三棱锥的底面边长为 2，侧面均为直角三角形，则此棱锥的体积 ()

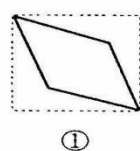
- A. $\frac{2}{3}\sqrt{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{4}{3}\sqrt{2}$

二. 填空题:

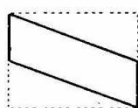
13. 已知棱台的上下底面面积分别为 4, 16，高为 3，则该棱台的体积为_____

14、正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， O 是上底面 $A_1B_1C_1D_1$ 中心，若正方体的棱长为 a ，则三棱锥 $O-AB_1D_1$ 的体积为_____.

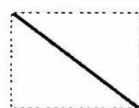
15. 如图， E, F 分别为正方体的面 ADD_1A_1 、面 BCC_1B_1 的中心，则四边形 BFD_1E 在该正方体的面上的射影可能是_____



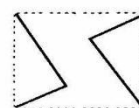
①



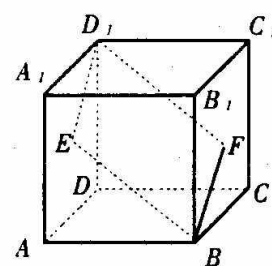
②



③



④



16、若三个球的表面积之比是 $1:2:3$ ，则它们的体积之比是_____。

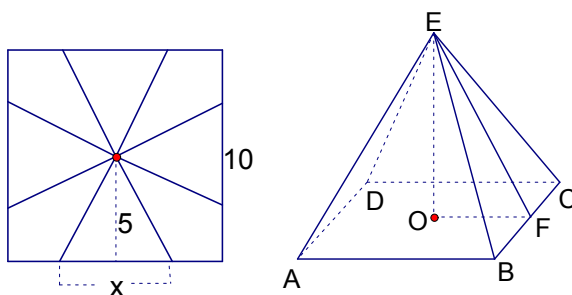
17. $Rt\triangle ABC$ 中， $AB=3, BC=4, AC=5$ ，将三角形绕直角边 AB 旋转一周所成的几何体的体积为_____

18、等体积的球和正方体，它们的表面积的大小关系是 $S_{\text{球}}$ _____ $S_{\text{正方体}}$

三. 解答题:

19. 有一个正四棱台形状的油槽, 可以装油 $190L$, 假如它的两底面边长分别等于 $60cm$ 和 $40cm$, 求它的深度为多少 cm ?

20. 一块边长为 $10cm$ 的正方形铁片按如图所示的阴影部分裁下, 然后用余下的四个全等的等腰三角形加工成一个正四棱锥形容器, 试建立容器的容积 V 与 x 的函数关系式, 并求出函数的定义域.



21. 已知两个几何体的三视图如下，试求它们的表面积和体积。单位：CM

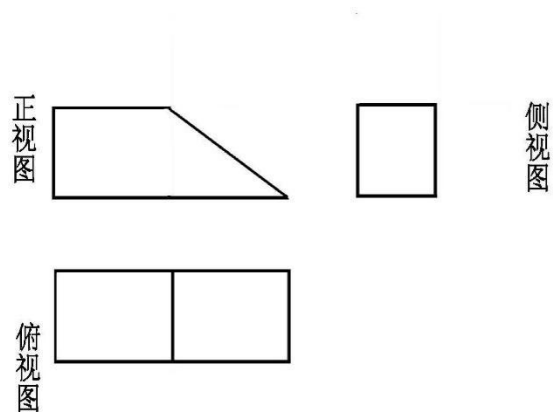


图 (1)

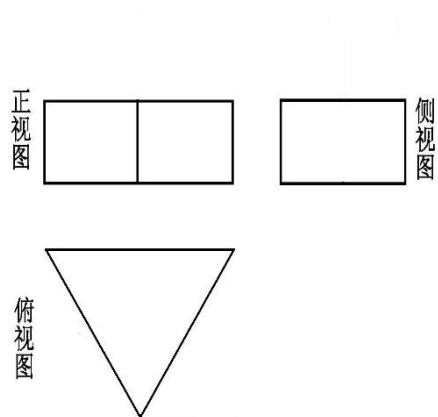


图 (2)

22. 养路处建造圆锥形仓库用于贮藏食盐（供融化高速公路上的积雪之用），已建的仓库的底面直径为 12M ，高 4M 。养路处拟建一个更大的圆锥形仓库，以存放更多食盐。现有两种方案：一是新建的仓库的底面直径比原来大 4M （高不变）；二是高度增加 4M （底面直径不变）。

- （1） 分别计算按这两种方案所建的仓库的体积；
- （2） 分别计算按这两种方案所建的仓库的表面积；
- （3） 哪个方案更经济些？

第 11 讲 空间向量及其坐标表示

一、选择题

1. 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 设 $\overrightarrow{AC_1} = x\overrightarrow{AB} + 2y\overrightarrow{BC} + 3z\overrightarrow{CC_1}$, 则 $x+y+z = (\quad)$
 A. 1 B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{5}{6}$ D. $\frac{11}{6}$
2. 设 $a = (x, 4, 3)$, $b = (3, 2, z)$, 且 $a \parallel b$, 则 xz 的值为 $(\quad)$
 A. 9 B. -9 C. 4 D. $\frac{64}{9}$
3. 已知 $A(1, 2, -1)$ 关于面 xoy 的对称点为 B , 而 B 关于 x 轴对称的点为 C , 则 $\overrightarrow{BC} = (\quad)$
 A. $(0, 4, 2)$ B. $(0, -4, -2)$
 C. $(0, 4, 0)$ D. $(2, 0, -2)$
4. 在四面体 $O-ABC$ 中, 是 M 在 OA 上, 且 $OM=2MA$, N 为 BC 中点, 则 $\overrightarrow{MN} = (\quad)$
 A. $\frac{1}{2}\overrightarrow{OA} - \frac{2}{3}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$ B. $\frac{1}{2}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{OC}$
 C. $-\frac{2}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$ D. $\frac{2}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{OB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$
5. 已知 $a = 3i + 2j - k$, $b = i - j + 2k$, 则 $5a$ 与 $3b$ 的数量积等于 $(\quad)$
 A. -1 B. -3 C. -5 D. -15
6. 设空间四点 O, A, B, P , 满足 $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{AB}$, 其中 $0 < t < 1$, 则有 $(\quad)$
 A. 点 P 在线段 AB 上 B. 点 P 在线段 AB 的延长线上
 C. 点 P 在线段 BA 的延长线上 D. 点 P 不一定在直线 AB 上
7. 已知向量 $a = (1, 1, 0)$, $b = (-1, 0, 2)$, 且 $ka + b$ 与 $2a - b$ 互相垂直, 则 k 等于 $(\quad)$
 A. 1 B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{7}{5}$
8. 设 A, B, C, D 是空间不共面的四点, 且满足 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0, \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = 0, \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$, 则 B, C, D 三点构成 $(\quad)$
 A. 直角三角形 B. 锐角三角形 C. 钝角三角形 D. 形状不能确定
9. 若向量 $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MC}$ 的起点与终点 M, A, B, C 互不重合且无三点共线, 且满足下列关系 (O 为空间任一点), 则能使向量 $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MC}$ 成为空间一组基底的关系是 $(\quad)$
 A. $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$ B. $\overrightarrow{MA} \neq \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$
 C. $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{OC}$ D. $\overrightarrow{MA} = 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$
10. 已知 $a = (\cos\alpha, 1, \sin\alpha)$, $b = (\sin\alpha, 1, \cos\alpha)$, 且 $\sin\alpha \neq \cos\alpha$, 则向量 $a + b$ 与 $a - b$ 的夹角是 $(\quad)$

A. 0°

 B. 30°

 C. 60°

 D. 90°

二、填空题

11. 已知 $a = (2, -1, 2)$, $b = (2, 2, 1)$, 则以 a, b 为邻边的平行四边形的面积为_____.

12. 与向量 $a = (2, -1, 2)$ 共线, 且满足方程 $a \cdot x = -18$ 的向量 $x =$ _____.

13. 若点 A, B 的坐标为 $A(3\cos\alpha, 3\sin\alpha, 1)$ 、 $B(2\cos\theta, 2\sin\theta, 1)$ 则 $|\overrightarrow{AB}|$ 取值范围_____.

14. 已知 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, O 是空间与 G 不重合的任一点, 若 $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \lambda \overrightarrow{OG}$, 则 $\lambda =$ _____.

15. 已知 $a = (a_1, a_2, a_3)$, $b = (b_1, b_2, b_3)$, 且 $|a| = 5$, $|b| = 6$, $a \cdot b = 30$, 则 $\frac{a_1 + a_2 + a_3}{b_1 + b_2 + b_3} =$ _____.

三、解答题

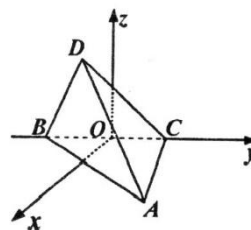
16. 已知 $a = (1, 1, 0)$, $b = (1, 1, 1)$, 若 $b = b_1 + b_2$, 且 $b_1 \parallel a$, $b_2 \perp a$, 试求 b_1, b_2 .

17. 如图, $BC = 2$, 原点 O 是 BC 的中点, 点 A 的坐标为 $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}, 0)$, 点 D 在平面 $yo z$ 上,

且 $\angle BDC = 90^\circ$, $\angle DCB = 30^\circ$.

(1) 求向量 $\overrightarrow{CD}$ 的坐标;

(2) 求异面直线 AD 与 BC 所成角的余弦值.

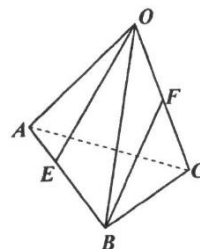


18. 已知 a, b 是非零的空间向量, t 是实数, 设 $u=a+tb$.

(1) 当 $|u|$ 取得最小值时, 求实数 t 的值;

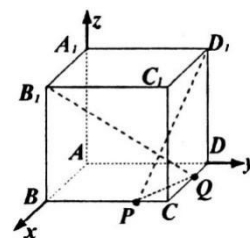
(2) 当 $|u|$ 取得最小值时, 求证: $b \perp (a+tb)$.

19. 如图, 已知四面体 $O-ABC$ 中, E, F 分别为 AB, OC 上的点, 且 $AE=\frac{1}{3}AB$, F 为中点, 若 $AB=3, BC=1, BO=2$, 且 $\angle ABC=90^\circ$, $\angle OBA=\angle OBC=60^\circ$, 求异面直线 OE 与 BF 所成角的余弦值.



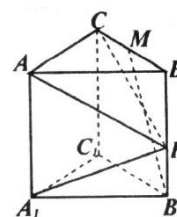
20. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, P, Q 分别是 BC, CD 上的动点, 且 $|PQ|=\sqrt{2}$, 建立如图所示的直角坐标系.

- (1) 确定 P, Q 的位置, 使得 $B_1Q \perp D_1P$;
- (2) 当 $B_1Q \perp D_1P$ 时, 求二面角 C_1-PQ-C 的正切值.



21. 如图, 正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的各棱长都是 2, M 是 BC 的中点, P 是侧棱 BB_1 上一点, 且 $A_1P \perp B_1M$.

- (1) 试求 A_1P 与平面 APC 所成角的正弦;
- (2) 求点 A_1 到平面 APC 的距离.



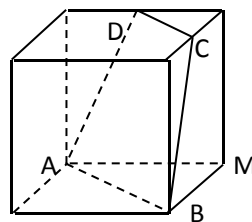
第 12 讲 空间向量在立体几何度量中的应用

一、填空题

1. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, M 、 N 分别为棱 AA_1 和 BB_1 的中点,

则 $\sin \langle \overrightarrow{CM}, \overrightarrow{D_1N} \rangle$ 的值为_____.

2. 如图, 正方体的棱长为 1, C 、 D 分别是两条棱的中点, A 、 B 、 M 是顶点, 那么点 M 到截面 $ABCD$ 的距离是_____.



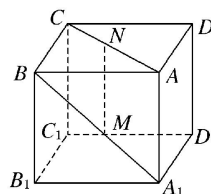
3. 正四棱锥 $P-ABCD$ 的所有棱长都相等, E 为 PC 中点, 则直线 AC 与截面 BDE 所成的角为_____.

4. 已知正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的所有棱长都相等, D 是 A_1C_1 的中点, 则直线 AD 与平面 B_1DC 所成角的正弦值为_____.

5. 已知边长为 $4\sqrt{2}$ 的正三角形 ABC 中, E 、 F 分别为 BC 和 AC 的中点, $PA \perp$ 面 ABC , 且 $PA=2$, 设平面 α 过 PF 且与 AE 平行, 则 AE 与平面 α 间的距离为_____.

6. 棱长都为 2 的直平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $\angle BAD=60^\circ$, 则对角线 A_1C 与侧面 DCC_1D_1 所成角的余弦值为_____.

7. 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 棱长为 a , M 、 N 分别为 A_1B 和 AC 上的点, $A_1M=AN=\frac{\sqrt{2}a}{3}$, 则 MN 与平面 BB_1C_1C 的位置关系是_____.



8. 将正方形 $ABCD$ 沿对角线 BD 折起, 使平面 $ABD \perp$ 平面 CBD , E 是 CD 中点, 则 $\angle AED$ 的大小为_____.

9. 已知 PA 、 PB 、 PC 是从 P 引出的三条射线, 每两条的夹角都是 60° , 则直线 PC 与平面 PAB 所成的角的余弦值为_____.

10. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 、 F 分别是 AA_1 与 CC_1 的中点, 则直线 ED 与 D_1F 所成角的余弦值是_____.

二、选择题

11. 在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, O 是底面 $ABCD$ 的中心, E 、 F 分别是 CC_1 、 AD 的中点, 那么异面直线 OE 和 FD_1 所成的角的余弦值等于 ()

A. $\frac{\sqrt{10}}{5}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{15}}{5}$

12. 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 若 $AB=2$, $AA_1=1$, 则点 A 到平面 A_1BC 的距离为 ()

A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ D. $\sqrt{3}$

13. 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 若 $AB=\sqrt{2}BB_1$, 则 AB_1 与 C_1B 所成的角的大小为 ()

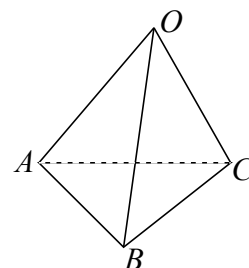
A. 60° B. 90° C. 105° D. 75°

14. 设 E 、 F 是正方体 AC_1 的棱 AB 和 D_1C_1 的中点, 在正方体的 12 条面对角线中, 与截面 A_1ECF 成 60° 角的对角线的数目是 ()

A. 0 B. 2 C. 4 D. 6

三、解答题

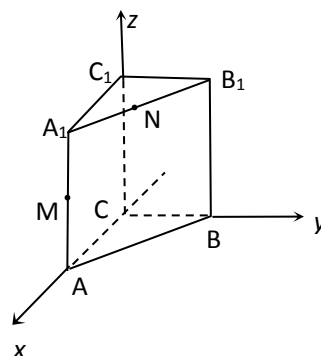
15. 如图，在空间四边形 $OABC$ 中， $OA=8$ ， $AB=6$ ， $AC=4$ ， $BC=5$ ， $\angle OAC=45^\circ$ ， $\angle OAB=60^\circ$ ，求 OA 与 BC 的夹角的余弦值.



16. 如图，直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ ，底面 $\triangle ABC$ 中， $CA=CB=1$ ， $\angle BCA=90^\circ$ ，棱 $AA_1=2$ ，M、N 分别 A_1B_1 、 A_1A 的中点.

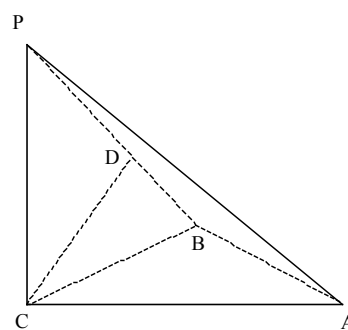
(1) 求 BM 的长； (2) 求 $\cos\langle \overrightarrow{BA_1}, \overrightarrow{CB_1} \rangle$ 的值；

(3) 求证： $A_1B \perp C_1N$.



17. 如图，三棱锥 $P-ABC$ 中， $PC \perp$ 平面 ABC ， $PC=AC=2$ ， $AB=BC$ ，D 是 PB 上一点，且 $CD \perp$ 平面 PAB .

- (1) 求证： $AB \perp$ 平面 PCB ；
(2) 求异面直线 AP 与 BC 所成角的大小；
(3) 求二面角 $C-PA-B$ 的大小的余弦值.

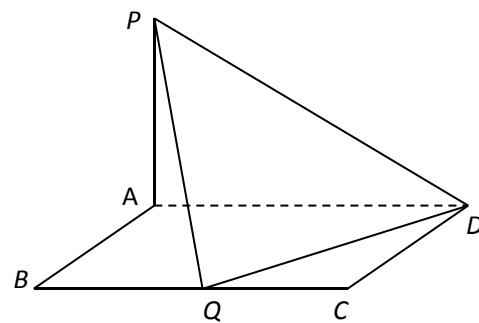


18. 如图所示, 已知在矩形 $ABCD$ 中, $AB=1$, $BC=a$ ($a>0$), $PA \perp$ 平面 AC , 且 $PA=1$.

(1) 试建立适当的坐标系, 并写出点 P 、 B 、 D 的坐标;

(2) 问当实数 a 在什么范围时, BC 边上能存在点 Q , 使得 $PQ \perp QD$?

(3) 当 BC 边上有且仅有一个点 Q 使得 $PQ \perp QD$ 时, 求二面角 $Q-PD-A$ 的余弦值大小.

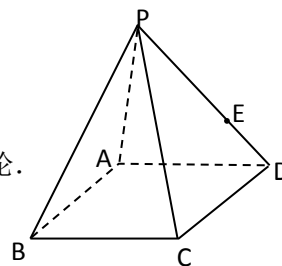


20. 如图, 在底面是菱形的四棱锥 $P-ABCD$ 中, $\angle ABC = 60^\circ$, $PA = AC = a$, $PB = PD = \sqrt{2}a$, 点 E 在 PD 上, 且 $PE:ED=2:1$.

(1) 证明 $PA \perp$ 平面 $ABCD$;

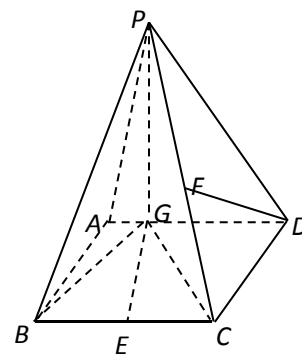
(2) 求以 AC 为棱, EAC 与 DAC 为面的二面角 θ 的大小;

(3) 在棱 PC 上是否存在一点 F , 使 $BF \parallel$ 平面 AEC ? 证明你的结论.



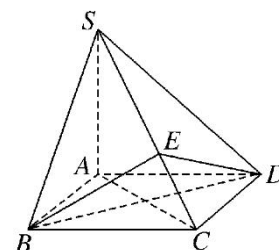
21. 如图四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是平行四边形, $PG \perp$ 平面 $ABCD$, 垂足为 G , G 在 AD 上, 且 $PG=4$, $AG = \frac{1}{3}GD$, $BG \perp GC$, $GB=GC=2$, E 是 BC 的中点.

- (1) 求异面直线 GE 与 PC 所成的角的余弦值;
- (2) 求点 D 到平面 PBG 的距离;
- (3) 若 F 点是棱 PC 上一点, 且 $DF \perp GC$, 求 $\frac{PF}{FC}$ 的值.



22. 已知四棱锥 $S-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是正方形, $SA \perp$ 底面 $ABCD$, E 是 SC 上的任意一点.

- (1) 求证: 平面 $EBD \perp$ 平面 SAC ;
- (2) 设 $SA=4$, $AB=2$, 求点 A 到平面 SBD 的距离;
- (3) 当 $\frac{SA}{AB}$ 的值为多少时, 二面角 $B-SC-D$ 的大小为 120° ?



第 13 讲 线性规划

一、选择题

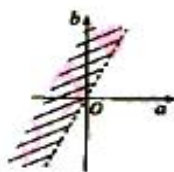
1. 设直线 l 的方程为: $x + y - 1 = 0$, 则下列说法不正确的是 ()

- A. 点集 $\{(x, y) | x + y - 1 = 0\}$ 的图形与 x 轴、 y 轴围成的三角形的面积是定值
- B. 点集 $\{(x, y) | x + y - 1 > 0\}$ 的图形是 l 右上方的平面区域
- C. 点集 $\{(x, y) | -x - y + 1 < 0\}$ 的图形是 l 左下方的平面区域
- D. 点集 $\{(x, y) | x + y - m = 0, (m \in R)\}$ 的图形与 x 轴、 y 轴围成的三角形的面积有最小值

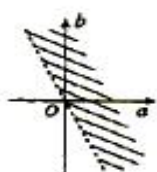
2. 已知 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} y \leq x \\ x + y \leq 1 \\ y \geq -1 \end{cases}$, 则 $z = 2x + y$ 的最大值为 ()

- A. 3
- B. -3
- C. 1
- D. $\frac{3}{2}$

3. 如果函数 $y = ax^2 + bx + a$ 的图象与 x 轴有两上交点, 则点 (a, b) 在 aOb 平面上的区域 (不包含边界) 为 ()



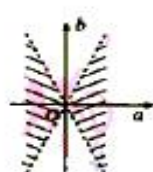
A.



B.



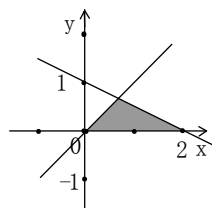
C.



D.

4. 图中的平面区域 (阴影部分包括边界) 可用不等式组表示为 ()

- A. $0 \leq x \leq 2$
- B. $\begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ 0 \leq y \leq 1 \end{cases}$
- C. $\begin{cases} x + 2y - 2 \leq 0 \\ \sqrt{x} > \sqrt{y} \end{cases}$
- D. $\begin{cases} x + 2y - 2 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$



5. 不等式组 $\begin{cases} y < x \\ x + y \leq 1 \\ y \geq -3 \end{cases}$, 表示的区域为 D , 点 $P_1(0, -2)$, $P_2(0, 0)$, 则 ()

- A. $P_1 \notin D$ 且 $P_2 \notin D$
- B. $P_1 \notin D$ 且 $P_2 \in D$
- C. $P_1 \in D$ 且 $P_2 \notin D$
- D. $P_1 \in D$ 且 $P_2 \in D$

6. 已知点 $P(x_0, y_0)$ 和点 $A(1, 2)$ 在直线 $l: 3x + 2y - 8 = 0$ 的异侧, 则 ()

- A. $3x_0 + 2y_0 > 0$
- B. $3x_0 + 2y_0 < 0$

C. $3x_0 + 2y_0 < 8$

D. $3x_0 + 2y_0 > 8$

7. 已知点 P (0, 0), Q (1, 0), R (2, 0), S (3, 0), 则在不等式 $3x + y - 6 \geq 0$ 表示的平面区域内的点是 ()

A. P、Q

B. Q、R

C. R、S

D. S、P

8. 在约束条件 $\begin{cases} x - y - 1 \leq 0 \\ x + y \leq 1 \\ x \geq 0 \end{cases}$ 下, 则目标函数 $z = 10x + y$ 的最优解是 ()

A. (0, 1), (1, 0)

B. (0, 1), (0, -1)

C. (0, -1), (0, 0)

D. (0, -1), (1, 0)

9. 满足 $|x| + |y| \leq 2$ 的整点的点 (x, y) 的个数是 ()

A. 5

B. 8

C. 12

D. 13

10. 某厂生产甲、乙两种产品, 产量分别为 45 个、50 个, 所用原料为 A、B 两种规格的金属板, 每张面积分别为 2m^2 、 3m^2 , 用 A 种金属板可造甲产品 3 个, 乙产品 5 个, 用 B 种金属板可造甲、乙产品各 6 个, 则 A、B 两种金属板各取多少张时, 能完成计划并使总用料面积最省? ()

A. A 用 3 张, B 用 6 张

B. A 用 4 张, B 用 5 张

C. A 用 2 张, B 用 6 张

D. A 用 3 张, B 用 5 张

二、填空题

11. 表示以 A (0, 0), B (2, 2), C (2, 0) 为顶点的三角形区域 (含边界) 的不等式组是

12. 已知点 P (1, -2) 及其关于原点的对称点均在不等式 $2x - by + 1 > 0$ 表示的平面区域内, 则 b 的取值范围是_____.

13. 已知点 (x, y) 在不等式组 $\begin{cases} x \leq 2 \\ y \leq 2 \\ x + y \geq 2 \end{cases}$ 表示的平面区域内, 则 $x + y$ 的取值范围为

_____.

14. 不等式 $|x| + |y| \leq 1$ 所表示的平面区域的面积是_____

三、解答题

15. 画出不等式组 $\begin{cases} x - 2y + 4 \geq 0 \\ x \leq y \\ x + 2 \geq 0 \end{cases}$ 所表示的平面区域.

16. 求由约束条件 $\begin{cases} x+y \leq 5 \\ 2x+y \leq 6 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$ 确定的平面区域的面积 $S_{\text{阴影部分}}$ 和周长 $C_{\text{阴影部分}}$.

17. 求目标函数 $z = 10x + 15y$ 的最大值及对应的最优解，约束条件是 $\begin{cases} x+2y \leq 12 \\ 2x+3y \geq 12 \\ 0 \leq x \leq 10 \\ y \geq 0 \end{cases}$.

18. 设 $z = 2x + y$ ，式中变量 x, y 满足条件 $\begin{cases} x \geq 1 \\ y \geq 1 \\ x+3y \geq 6 \\ x+y \leq 6 \end{cases}$ ，求 z 的最小值和最大值.

19. A 市、B 市和 C 市分别有某种机器 10 台、10 台和 8 台. 现在决定把这些机器支援给 D 市 18 台, E 市 10 台. 已知从 A 市调运一台机到 D 市、E 市的运费分别为 200 元和 800 元; 从 B 市调运一台机器到 D 市、E 市的运费分别为 300 元和 700 元; 从 C 市调运一台机器到 D 市、E 市的运费分别为 400 元和 500 元. 设从 A 市调 x 台到 D 市, B 市调 y 台到 D 市, 当 28 台机器全部调运完毕后, 用 x 、 y 表示总运费 W (元), 并求 W 的最小值和最大值.
20. 某纺纱厂生产甲、乙两种棉纱, 已知生产甲种棉纱 1 吨需耗一级子棉 2 吨、二级子棉 1 吨; 生产乙种棉纱需耗一级子棉 1 吨、二级子棉 2 吨, 每 1 吨甲种棉纱的利润是 600 元, 每 1 吨乙种棉纱的利润是 900 元, 工厂在生产这两种棉纱的计划中要求消耗一级子棉不超过 300 吨、二级子棉不超过 250 吨. 甲、乙两种棉纱应各生产多少(精确到吨), 能使利润总额最大?

第 14 讲 直线和圆锥曲线的参数方程

一、填空题

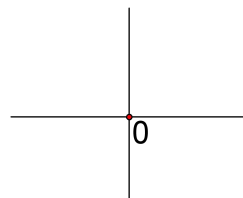
1. 直线: $3x-4y-9=0$ 与圆: $\begin{cases} x = 2\cos\theta \\ y = 2\sin\theta \end{cases}$, (θ 为参数) 的位置关系是 _____.

2. 经过点 $M_0(1, 5)$ 且倾斜角为 $\frac{\pi}{3}$ 的直线, 以定点 M_0 到动点 P 的位移 t 为参数的参数方程是 _____. 且与直线 $x-y-2\sqrt{3}=0$ 交于 M , 则 $|MM_0|$ 的长为_____.

3. 参数方程 $\begin{cases} x = t + \frac{1}{t} \\ y = -2 \end{cases}$ (t 为参数) 所表示的图形是 _____.

4. 方程 $\begin{cases} x = 3t^2 + 2 \\ y = t^2 - 1 \end{cases}$ (t 是参数) 的普通方程是_____.

5. 画出参数方程 $\begin{cases} x = \frac{1}{t} \\ y = \frac{1}{t}\sqrt{t^2-1} \end{cases}$ (t 为参数) 所表示的曲线



6. 已知动圆: $x^2 + y^2 - 2ax\cos\theta - 2by\sin\theta = 0$ (a, b 是正常数, $a \neq b$, θ 是参数), 则圆心的轨迹是_____.

7. 已知过曲线 $\begin{cases} x = 3\cos\theta \\ y = 4\sin\theta \end{cases}$ (θ 为参数 $0 \leq \theta \leq \pi$) 上一点 P , 原点为 O , 直线 PO 的倾斜角为 $\frac{\pi}{4}$, 则 P 点坐标是_____.

8. 直线 $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 + t \end{cases}$ (t 为参数) 上对应 $t=0, t=1$ 两点间的距离是_____.

9. 直线 $\begin{cases} x = 3 + t\sin 20^\circ \\ y = -1 + t\cos 20^\circ \end{cases}$ (t 为参数) 的倾斜角是_____.

10. 设 $r > 0$, 那么直线 $x\cos\theta + y\sin\theta = r$ (θ 是常数) 与圆 $\begin{cases} x = r\cos\varphi \\ y = r\sin\varphi \end{cases}$ (φ 是参数) 的位置关系是_____.

11. 直线 $\begin{cases} x = -2 - \sqrt{2}t \\ y = 3 + \sqrt{2}t \end{cases}$ (t 为参数) 上与点 $P(-2, 3)$ 距离等于 $\sqrt{2}$ 的点的坐标是_____.

12. 过抛物线 $y^2=4x$ 的焦点作倾斜角为 α 的弦, 若弦长不超过 8, 则 α 的取值范围是

_____.

二、选择题

13、直线: $3x-4y-9=0$ 与圆: $\begin{cases} x=2\cos\theta \\ y=2\sin\theta \end{cases}$, (θ 为参数) 的位置关系是 ()

- A. 相切 B. 相离 C. 直线过圆心 D. 相交但直线不过圆心

14、在参数方程 $\begin{cases} x=a+t\cos\theta \\ y=b+t\sin\theta \end{cases}$ (t 为参数) 所表示的曲线上有 B、C 两点, 它们对应的参数值分别为 t_1 、 t_2 , 则线段 BC 的中点 M 对应的参数值是 ()

- A. $\frac{t_1-t_2}{2}$ B. $\frac{t_1+t_2}{2}$ C. $\frac{|t_1-t_2|}{2}$ D. $\frac{|t_1+t_2|}{2}$

15、曲线的参数方程为 $\begin{cases} x=3t^2+2 \\ y=t^2-1 \end{cases}$ (t 是参数), 则曲线是 ()

- A、线段 B、双曲线的一支 C、圆 D、射线

16、实数 x 、 y 满足 $3x^2+2y^2=6x$, 则 x^2+y^2 的最大值为 ()

- A、 $\frac{7}{2}$ B、4 C、 $\frac{9}{2}$ D、5

三、解答题

17、已知直线 l 经过点 $P(1,1)$, 倾斜角 $\alpha = \frac{\pi}{6}$,

(1) 写出直线 l 的参数方程。

(2) 设 l 与圆 $x^2 + y^2 = 4$ 相交与两点 A 、 B , 求点 P 到 A 、 B 两点的距离之积。

18. 求直线 $l_1: \begin{cases} x=1+t \\ y=-5+\sqrt{3}t \end{cases}$ (t 为参数) 和直线 $l_2: x-y-2\sqrt{3}=0$ 的交点 P 的坐标, 及点 P

与 $Q(1, -5)$ 的距离。

19. (1) 在椭圆 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ 上找一点, 使这一点到直线 $x-2y-12=0$ 的距离的最小值。

(2) 求椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 上一点 P 与定点 $(1, 0)$ 之间距离的最小值。

20. 已知点 $P(x, y)$ 是圆 $x^2 + y^2 = 2y$ 上的动点,

(1) 求 $2x+y$ 的取值范围; (2) 若 $x+y+a \geq 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围。

21. 已知椭圆 $\begin{cases} x = 4 \cos \theta \\ y = 5 \sin \theta \end{cases}$ 上两个相邻顶点为 A 、 C ，又 B 、 D 为椭圆上的两个动点，且 B 、 D 分别在直线 AC 的两旁，求四边形 $ABCD$ 面积的最大值。

22. 已知过点 $P(1, -2)$ ，倾斜角为 $\frac{\pi}{6}$ 的直线 l 和抛物线 $x^2 = y + m$

(1) m 取何值时，直线 l 和抛物线交于两点？

(2) m 取何值时，直线 l 被抛物线截下的线段长为 $\frac{4\sqrt{3}-2}{3}$ 。

第 15 节 阶段测试

一、选择题

1. 在北纬 45° 的纬度圈上有甲、乙两地, 两地经度差为 90° , 则甲、乙两地最短距离为 (设地球的半径为 R) ()

A. $\frac{\sqrt{2}}{4}\pi R$ B. $\frac{\pi}{3}R$ C. $\frac{\pi}{2}R$ D. $\frac{R}{3}$

2. 如图, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, 线段 AC_1 上有两个动点 E, F ,

且 $EF = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 。给出下列四个结论:

- ① $BF \parallel CE$;
② $CE \perp BD$;
③ 三棱锥 $E-BCF$ 的体积为定值;
④ $\triangle BEF$ 在底面 $ABCD$ 内的正投影是面积为定值的三角形;

其中, 正确结构的个数是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

3. 若 $\vec{a} = (2, 2, 0)$, $\vec{b} = (1, 3, z)$, $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = 60^\circ$, 则 $z =$ ()

A. $\sqrt{22}$ B. $-\sqrt{22}$ C. $\pm\sqrt{22}$ D. ± 22

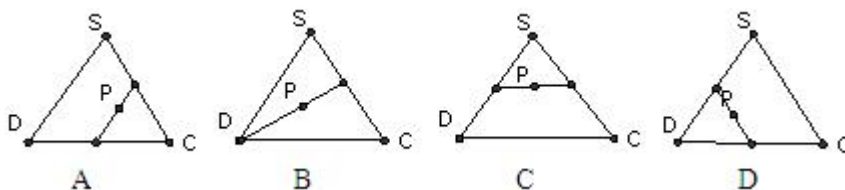
4. 已知直线 l, m, n 与平面 α, β 给出下列四个命题:

- ① 若 $m \parallel l, n \parallel l$, 则 $m \parallel n$; ② 若 $m \perp \alpha, m \parallel \beta$, 则 $\alpha \perp \beta$;
③ 若 $m \parallel \alpha, n \parallel \alpha$, 则 $m \parallel n$ ④ 若 $m \perp \beta, \alpha \perp \beta$, 则 $m \parallel \alpha$ 。

其中, 假命题的个数是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

5. 如图, 在正四棱锥 $S-ABCD$ 中, E 是 BC 的中点, P 点在侧面 $\triangle SCD$ 内及其边界上运动, 并且总是保持 $PE \perp AC$ 。则动点 P 的轨迹与 $\triangle SCD$ 组成的相关图形最有可能的是 ()



6. M 是空间直角坐标系 $Oxyz$ 中任一点 (异于 O), 若直线 OM 与 xOy 平面, yoZ 平面, zox 平面所成的角的余弦值分别为 p, q, r , 则 $p^2 + q^2 + r^2 =$ ()

A. $\frac{1}{4}$ B. 1 C. 2 D. $\frac{9}{4}$

7. 底面是正三角形, 且每个侧面是等腰三角形的三棱锥是 ()

- A. 一定是正三棱锥 B. 一定是正四面体
C. 不是斜三棱锥 D. 可能是斜三棱锥

8. 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 M 为 AC 与 BD 的交点, $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA_1} = \vec{c}$, 则下列向量中与 $\overrightarrow{B_1M}$ 相等的是 ()

A. $-\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}$ B. $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}$

C. $\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}$

D. $-\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}$

9. 一个正方体的顶点都在球面上, 它的棱长为 2cm , 则球的半径是() cm .

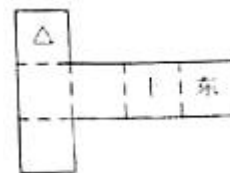
A. 1

B. $\sqrt{2}$

C. $\sqrt{3}$

D. 2

10. 纸制的正方体的六个面根据其方位分别标记为上、下、东、南、西、北。现有沿该正方体的一些棱将正方体剪开、外面朝上展平, 得到右侧的平面图形, 则标 “ Δ ” 的面的方位是()



A. 南

B. 北

C. 西

D. 下

11. 一个二面角的两个面分别垂直于另一个二面角的两个面, 那么这两个二面角()

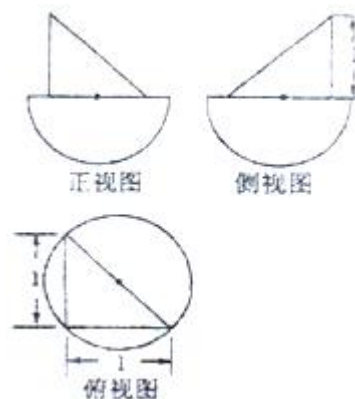
A. 相等

B. 互补

C. 相等或互补

D. 不能确定

12. 已知某几何体的三视图如图所示, 其中, 正视图, 侧视图均是由三角形与半圆构成, 俯视图由圆与内接三角形构成, 根据图中的数据可得此几何体的体积为()



A. $\frac{\sqrt{2}}{3}\pi + \frac{1}{2}$

B. $\frac{4}{3}\pi + \frac{1}{6}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{6}\pi + \frac{1}{6}$

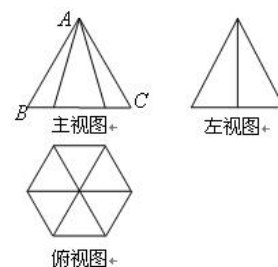
D. $\frac{2}{3}\pi + \frac{1}{2}$

二、填空题

13. 已知四面体 $P-ABC$ 中, $PA \perp$ 平面 ABC , $\angle ABC = 90^\circ$, 则该四面体的表面共有_____个直角三角形.

14. 棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中 A_1C_1 到面 $ABCD$ 的距离为_____.

15. 一个几何体的三视图如图所示, 其中主视图中 ΔABC 是边长为 2 的正三角形, 俯视图为正六边形, 那么该几何体的左视图的面积为_____.



16. 以下 4 个命题其中正确的命题是_____

(1) 如果一个几何体的三视图是完全相同的, 则这个几何体是正方体;

(2) 如果一个几何体的主视图和俯视图都是矩形, 则这个几何体是长方体;

(3) 如果一个几何体的三视图都是矩形, 则这个几何体是长方体;

(4) 如果一个几何体的主视图和左视图都是等腰梯形, 则这个几何体是圆台。

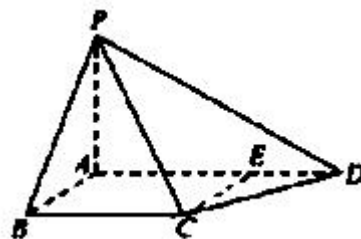
三、解答题

17. 已知圆台的上下底面半径分别是 2、5, 且侧面面积等于两底面面积之和, 求该圆台的母线长.

18. 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 底面 $ABCD$, $AB \perp AD$, 点 E 在线段 AD 上, 且 $CE \parallel AB$.

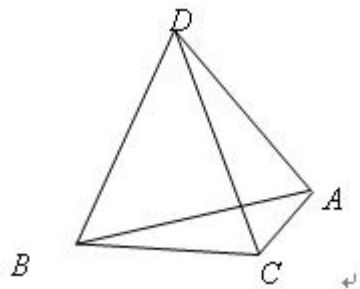
(1) 求证: $CE \perp$ 平面 PAD ;

(2) 若 $PA=AB=1$, $AD=3$, $CD=\sqrt{2}$, $\angle CDA=45^\circ$, 求四棱锥 $P-ABCD$ 的体积

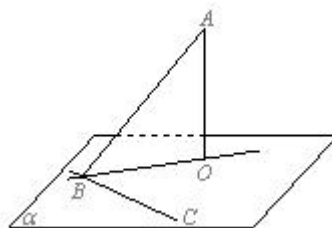


19. 如图, A, B, C, D 为空间四点. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 2, AC = BC = \sqrt{2}$. 等边三角形 ADB 以 AB 为轴运动.

- (I) 当平面 $ADB \perp$ 平面 ABC 时, 求 CD ;
 (II) 当 $\triangle ADB$ 转动时, 是否总有 $AB \perp CD$? 证明你的结论.



20. 如图, 已知 AB 是平面 α 的一条斜线, B 为斜足,
 $AO \perp \alpha, O$ 为垂足, BC 为 α 内的一条直线,
 $\angle ABC = 60^\circ, \angle OBC = 45^\circ$, 求斜线 AB 和平面 α 所成角



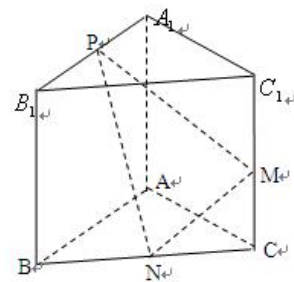
21. 如图, 已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的侧棱与底面垂直,

$AA_1 = AB = AC = 1$, $AB \perp AC$, M 是 CC_1 的中点,

N 是 BC 的中点, 点 P 在直线 A_1B_1 上, 且满足 $\overrightarrow{A_1P} = \lambda \overrightarrow{A_1B_1}$.

(1) 当 λ 取何值时, 直线 PN 与平面 ABC 所成的角 θ 最大?

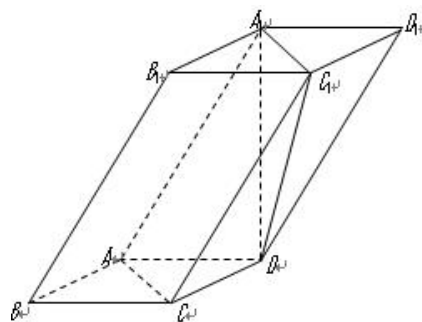
(2) 若平面 PMN 与平面 ABC 所成的二面角为 45° , 试确定点 P 的位置.



22. 如图, 四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $A_1D \perp$ 平面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 是边长为1的正方形, 侧棱 $AA_1 = 2$.

(1) 求证: $C_1D \parallel$ 平面 ABB_1A_1 ;

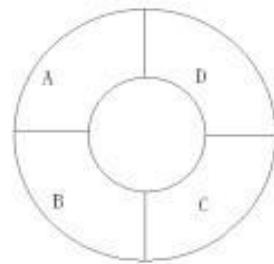
(2) 求直线 BD_1 与平面 A_1C_1D 所成角的正弦值.



第 16 节 二项式定理

一、选择题

1. 甲班有四个小组，每组 10 人，乙班有 3 个小组，每组 15 人，现要从甲、乙两班中选 1 人担任校团委部，不同的选法种数为 ()
A. 80 B. 84 C. 85 D. 86
2. 6 人站成一排，甲、乙、丙三人必须站在一起的排列种数为 ()
A. 18 B. 72 C. 36 D. 144
3. 若 $(ax-1)^5$ 的展开式中 x^3 的系数是 80，则实数 a 的值是 ()
A. 2 B. -2 C. $\sqrt[3]{4}$ D. $2\sqrt{2}$
4. $C_6^1 + C_6^2 + C_6^3 + C_6^4 + C_6^5$ 的值为 ()
A. 61 B. 62 C. 63 D. 64
5. 不同的五种商品在货架上排成一排，其中甲、乙两种必须排在一起，丙、丁两种不能排在一起，则不同的排法种数共有 ()
A. 12 种 B. 20 种 C. 24 种 D. 48 种
6. 用数字 1, 2, 3, 4, 5 组成的无重复数字的四位偶数的个数为 ()
A. 8 B. 24 C. 48 D. 120
7. 从 4 名男生和 3 名女生中选出 4 人参加某个座谈会，若这 4 人中必须既有男生又有女生，则不同的选法共有 ()
A. 140 种 B. 34 种 C. 35 种 D. 120 种
8. 若 $\left(2x - \frac{1}{x}\right)^n$ 展开式中含 $\frac{1}{x^2}$ 项的系数与含 $\frac{1}{x^4}$ 项的系数之比为 5，则 n 等于 ()
A. 4 B. 6 C. 8 D. 10
9. 从 10 名大学生毕业生中选 3 个人担任村长助理，则甲、乙至少有 1 人入选，而丙没有入选的不同选法的种数位 ()
A. 85 B. 56 C. 49 D. 28
10. 甲、乙两人从 4 门课程中各选修 2 门，则甲、乙所选的课程中恰有 1 门相同的选法有
A. 6 种 B. 12 种 C. 24 种 D. 30 种
11. 如图：一环形花坛分成 A、B、C、D 四块，
现有 4 种不同的花供选种，要求在每块里中一种花，
且相邻的两块种不同的花，则不同的种法总数为 ()
A. 96 B. 84 C. 60 D. 48
12. 冬奥会组委会要从小张、小赵、小李、小罗、小王五名志愿者中
选派四人分别从事翻译、导游、礼仪、司机四项不同工作，若其中小张和小赵只能从事前两项工作，其余三人均能从事这四项工作，则不同的选派方案共有 ()



A. 36 种

B. 12 种

C. 18 种

D. 48 种

二、填空题

13. 已知 $C_{10}^x = C_{10}^{3x-2}$, 则 $x =$ _____.

14. 2 位男生和 3 位女生共 5 位同学站成一排, 若男生甲不站两端, 3 位女生中有且只有两位女生相邻, 则不同排法的种数是_____.

15. 在 $(1+x)^3 + (1+\sqrt{x})^2 + (1+\sqrt[3]{x})$ 的展开式中, x 的系数为_____ (用数字作答).

16. 用数字 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 组成没有重复数字的四位数, 其中个位、十位和百位上的数字之和为偶数的四位数共有_____个 (用数字作答).

三、解答题

17. 已知 $(\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}})^n$ 展开式中偶数项的二项式系数之和为 256, 求 x 的系数及其二项式系数.

18. 有 5 名男生, 4 名女生排成一排:

- (1) 从中选出 3 人排成一排, 有多少种排法?
- (2) 若男生甲不站排头, 女生乙不站在排尾, 则有多少种不同的排法?
- (3) 要求女生必须站在一起, 则有多少种不同的排法?
- (4) 若 4 名女生互不相邻, 则有多少种不同的排法?

19. 从 7 个不同的红球，3 个不同的白球中取出 4 个球，问：

(1) 有多少种不同的取法？

(2) 其中恰有一个白球的取法有多少种？

(3) 其中至少有两个白球的取法有多少种？

20. 已知 $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{3\sqrt{x}}\right)^n$ 展开式中偶数项二项式系数和比 $(a+b)^{2n}$ 展开式中奇数项二项式系

数和小 120，求： $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{3\sqrt{x}}\right)^n$ 展开式中第 3 项的系数；

21. 在二项式 $\left(\frac{1}{2} + 2x\right)^n$ 的展开式中，

若第 5 项，第 6 项与第 7 项的二项式系数成等差数列，求展开式中二项式系数最大的项；

第 17 讲 期末复习

一、选择题

1. 若 $C_x^7 = C_{11}^7 + C_{11}^y$, 则 x, y 的值分别是 ()

- A. $x=12, y=6$ B. $x=11, y=7$ C. $x=11, y=6$ D. $x=12, y=7$

2. 已知直线 $m \perp$ 平面 α , 直线 $n \subset$ 平面 β , 给出下列四个命题:

- ①若 $\alpha // \beta$, 则 $m \perp n$; ②若 $\alpha \perp \beta$, 则 $m // n$;
③若 $m // n$, 则 $\alpha \perp \beta$; ④若 $m \perp n$, 则 $\alpha // \beta$.

其中正确的命题有 ()

- A. ③④ B. ①③ C. ②④ D. ①②

3. 5 个人排成一排, 若 A、B、C 三人左右顺序一定 (不一定相邻), 那么不同排法 ()

- A. A_5^5 B. $A_3^3 \cdot A_3^3$ C. $\frac{A_5^5}{A_3^3}$ D. A_3^3

4. 某校高三年级举行一次演讲赛共有 10 位同学参赛, 其中一班有 3 位, 二班有 2 位, 其它班有 5 位, 若采用抽签的方式确定他们的演讲顺序, 则一班有 3 位同学恰好被排在一起 (指演讲序号相连), 而二班的 2 位同学没有被排在一起的概率为 ()

- A. $\frac{1}{10}$ B. $\frac{1}{20}$ C. $\frac{1}{40}$ D. $\frac{1}{120}$

5. 一颗骰子的六个面上分别标有数字 1、2、3、4、5、6, 若以连续掷两次骰子分别得到的点数 m, n 作为 P 点坐标, 则点 P 落在圆 $x^2 + y^2 = 16$ 内的概率为 ()

- A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{2}{9}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{4}{9}$

6. 坛子里放有 3 个白球, 2 个黑球, 从中进行不放回摸球. A_1 表示第一次摸得白球, A_2 表示第二次摸得白球, 则 A_1 与 A_2 是 ()

- A. 互斥事件 B. 独立事件 C. 对立事件 D. 不独立事件

7. 从 6 种小麦品种中选出 4 种, 分别种植在不同土质的 4 块土地上进行试验, 已知 1 号、2 号小麦品种不能在试验田甲这块地上种植, 则不同的种植方法有 ()

- A. 144 种 B. 180 种 C. 240 种 D. 300 种

8. 在 $(\frac{x}{2} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}})^8$ 的展开式中常数项是 ()

- A. -28 B. -7 C. 7 D. 28

9. 甲、乙两人独立地解同一问题, 甲解决这个问题的概率是 P_1 , 乙解决这个问题的概率是 P_2 , 那么其中至少有 1 人解决这个问题的概率是 ()

- A. P_1+P_2 B. $P_1 \cdot P_2$ C. $1-P_1 \cdot P_2$ D. $1-(1-P_1)(1-P_2)$

10. 袋中有 6 个白球, 4 个红球, 球的大小相同, 则甲从袋中取 1 个是白球, 放入袋中, 乙再取 1 个是红球的概率为 ()

- A. $\frac{2}{45}$ B. $\frac{4}{15}$ C. $\frac{8}{25}$ D. $\frac{6}{25}$

二、填空题

11. 乒乓球队的 10 名队员中有 3 名主力队员, 派 5 名队员参加比赛, 3 名主力队员要排在第一、三、五位置, 其余 7 名队员选 2 名安排在第二, 四位置, 那么不同的出场安排共有_____种 (用数字作答).
12. 已知斜三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 侧面 BB_1C_1C 的面积为 S , 侧棱 AA_1 与侧面 BB_1C_1C 的距离为 d , 则斜三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积 $V=$ _____.
13. 已知一个简单多面体的各个顶点都有三条棱, 那么 $2F-V=$ _____.
14. 已知 $\left(\frac{a}{x}-\sqrt{\frac{x}{2}}\right)^9$ 的展开式中, x^3 的系数为 $\frac{9}{4}$, 则常数 a 的值为_____.

三、解答题

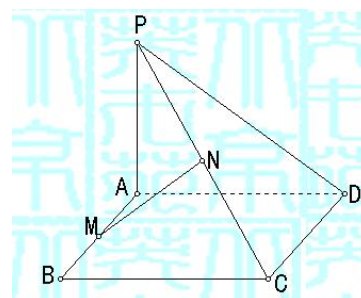
15. 世界杯足球赛小组赛在 4 支球队中进行。赛前, 巴西队、土耳其队、中国队等 8 支球队抽签分组, 求中国队与巴西队被分在同一组的概率。

16. 如图, $ABCD$ 为矩形, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, M 、 N 分别是 AB 、 PC 的中点,

(1) 求证: $MN \parallel$ 平面 PAD ; (2) 求证: $MN \perp AB$;

(3) 若平面 PDC 与平面 $ABCD$ 所成的二面角为 θ ,

试确定 θ 的值, 使得直线 MN 是异面直线 AB 与 PC 的公垂线.



17. 某单位 6 个员工借助互联网开展工作，每个员工上网的概率都是 0.5（相互独立）.

(1) 求至少 3 人同时上网的概率；

(2) 至少几人同时上网的概率小于 0.3？

18. 某人有 5 把钥匙，1 把是房门钥匙，但忘记了开房门的是哪一把，于是，他逐把不重复地试开，问：

(1) 恰好第三次打开房门锁的概率是多少？

(2) 三次内打开的概率是多少？

(3) 如果 5 把内有 2 把房门钥匙，那么三次内打开的概率是多少？

19. 已知 $(1+3x)^n$ 的展开式中，末三项的二项式系数的和等于 121，求展开式中二项式系数的最大的项及系数最大项.

20. 如图，在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中， $AB=3$ ， $AA_1=4$ ，M 为 AA_1 的中点，P 是 BC 上一点，且由 P 沿棱柱侧面经过棱 CC_1 到 M 的最短路线长为 $\sqrt{29}$ ，设这条最短路线与 CC_1 的交点为 N. 求：

- (1) 该三棱柱的侧面展开图的对角线长；
- (2) PC 和 NC 的长；
- (3) 平面 NMP 与平面 ABC 所成二面角（锐角）的大小（用反三角函数表示）.

